TRIGONOMETRÍA

Trigonometría viene del griego τριγωνομετρια; de τριγωνον, triángulo, y μετροα, medida. Es una rama muy antigua de las Matemáticas que trata de encontrar las relaciones entre las longitudes de los lados de un triángulo y sus ángulos.

1. Expresa los siguientes ángulos en:

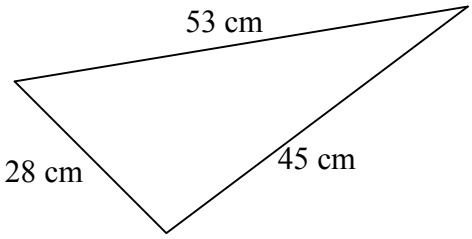
a) Radianes

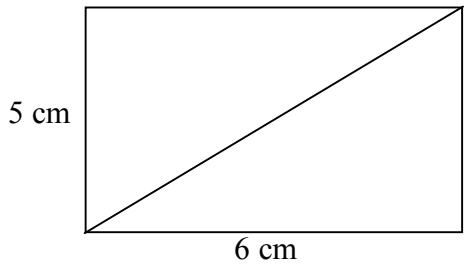
315º, 300º, 135º, 2 210º

b) Grados sexagesimales

$\frac{\pi}{6} rad$, $\frac{9\pi}{5} rad$, $5\pi\ rad$

2. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos:





3. Calcula las razones trigonométricas directas (seno, coseno y tangente) del ángulo si:

a) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{4}$

b) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{2}$

c) $\cos\alpha = \frac{2}{3}$

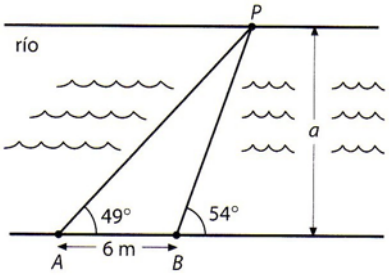
d) $\operatorname{sen}\alpha = 0,2$

4. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 6 cm, sin utilizar el teorema de Pitágoras.

5. Si la altura de un triángulo equilátero mide 5,196 cm; calcula cuánto mide el lado del triángulo, sin utilizar el teorema de Pitágoras.

6. En un terreno horizontal se divisa una torre desde un punto A bajo un ángulo de 30º. Si nos aproximamos 20 m se llega a un punto B, desde el que observamos la torre bajo un ángulo de 45º. Calcula la altura de la torre.

7. Para medir la distancia entre los márgenes de un río un topógrafo se coloca en un punto A de uno de ellos y, fijándose en un árbol P que está al otro lado mide el ángulo que forma su visual respecto a la dirección del río. Este ángulo es de 54º. A continuación se aleja 6 m y se coloca en un punto B. El ángulo ahora es de 49º. ¿Cuánto mide el río de ancho?



8. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) El seno de un ángulo puede ser mayor que uno.
b) El seno de un ángulo puede ser negativo.
c) La tangente de un ángulo puede ser mayor que uno.
d) La tangente de un ángulo puede ser cero.
e) La secante de un ángulo puede ser negativa.
f) La secante de un ángulo puede ser cero.

9. Averigua las restantes razones trigonométricas del ángulo α sabiendo:
a) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{9}$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
b) $\operatorname{cotg}\alpha = -5$ y $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

10. Razona si existe algún ángulo para el que se verifique:
a) $\operatorname{sen}\alpha = 0,3$ y $\cos\alpha = 0,8$
b) $\operatorname{sen}\alpha = 0,72$ y $\operatorname{tg}\alpha = 1,04$
c) $\cos\alpha = 0,1$ y $\operatorname{sen}\alpha = 0,99$

11. Expresa las razones trigonométricas de los siguientes ángulos en función de ángulos del primer cuadrante:
a) 150º b) 225º c) 300º

12. Sabiendo que $\cos 50º \simeq 0,6428$, halla las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:
a) 130º c) $-50º$
b) 230º d) 310º

13. Calcula las razones trigonométricas en función de ángulos del primer cuadrante:
a) 475º c) 1 130º e) 1 215º
b) 885º d) 695º

14. Demuestra:
a) $\frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\cos x} = \operatorname{sen} x \cdot \sec x + 1$
b) $\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{cotg} x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{cosec} x} = \cos x$

15. Simplifica:
a) $\frac{\operatorname{sen}(\pi + x)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$
b) $\frac{\left(1 - \operatorname{sen}^2 x\right)^2}{\cos^2 x \cdot (1 + \operatorname{sen} x)}$
e) $\frac{\operatorname{cosec}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{cotg}^2\alpha}$
f) $\frac{\operatorname{sen}(2\alpha)}{1 - \cos^2\alpha}$

c) $1+\text{cotg}^2\alpha$

d) $\dfrac{\text{sen}\,x}{1+\cos x}+\dfrac{1+\cos x}{\text{sen}\,x}$

g) $\dfrac{\cos^4\alpha - sen^4\alpha}{\cos(2\alpha)}$

h) $\sec\alpha - \sec\alpha\cdot\sec^2\alpha$

16. Expresa en función de $\text{tg}\ x$:

a) $\text{tg}(2\pi+x)$

b) $\text{tg}(3\pi+x)$

c) $\text{tg}(2\pi-x)$

d) $\text{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)$

17. ¿Cuáles de las siguientes igualdades son ciertas?

a) $\text{tg}(\pi+x)=-\text{tg}\ x$

b) $\cos(2\pi-x)=\cos x$

c) $\text{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\text{sen}\,x$

d) $\cos(x+2\pi)=-\cos x$

18. Halla los ángulos menores de 720º que cumplan:

a) $\text{sen}\ x=\text{sen}\ 40^\circ$

b) $\cos x=\cos 25^\circ$

c) $\text{tg}\ x=\text{tg}(-30^\circ)$

d) $\text{sen}\ x=\text{sen}\dfrac{3\pi}{4}$

e) $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

f) $\text{tg}\ x=\text{tg}(3\pi)$

19. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\text{tg}\ \alpha=2\,\text{sen}\ \alpha$

b) $\cos\alpha=|\text{sen}\ \alpha|$

c) $\text{sen}(3\alpha)=2\,\text{sen}\,\alpha$

d) $4\,\text{sen}\,\alpha=\text{sen}(2\alpha)$

e) $\cos(2\alpha)=1+4\ \text{sen}\,\alpha$

f) $\text{sen}(2\alpha)=\text{sen}\,\alpha$

g) $\cos(2\alpha)=\cos\alpha$

h) $\text{sen}(2\alpha+60^\circ)+\text{sen}(\alpha+30^\circ)=0$

i) $\text{sen}\,\alpha=\cos 40^\circ$

j) $|\sec\alpha|=|\text{cosec}\,\alpha|$

20. Resuelve los siguientes sistemas trigonométricos, en el intervalo $[0,2\pi]$:

a) $\begin{cases}\text{sen}\ x\cdot\cos y=\dfrac{3}{4}\\ \text{sen}\ y\cdot\cos x=\dfrac{1}{4}\end{cases}$

b) $\begin{cases}\text{sen}\ x+\text{sen}\ y=1\\ 2x+2y=180^\circ\end{cases}$

c) $\begin{cases}\text{sen}\,x+\text{sen}\ y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\\ \text{sen}\,x-\text{sen}\ y=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\end{cases}$

d) $\begin{cases}\text{sen}^2\alpha+\cos^2\beta=3/4\\ \text{sen}^2\alpha-\cos^2\beta=1/4\end{cases}$

21. En un tramo de carretera la inclinación es de 6°. Si ascendemos 45m más de altura, ¿cuánto hemos avanzado sobre la carretera? (Sol.: 430,15 m)

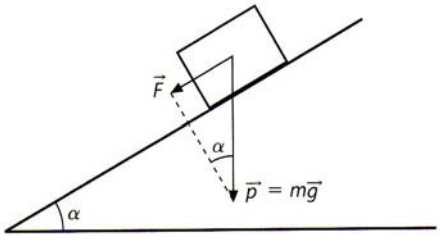
22. Calcula los ángulos que forma una diagonal con los lados de un rectángulo de 110 m de base y 60 m de altura. (Sol.: 28º 36’ 38’’ y 61º 23’ 22’’)

23. Calcula los ángulos de un trapecio isósceles cuyas bases miden 83 y 51m y la altura, 60m. (Sol.: 75º 4’ 7’’ y 104º 55’ 53’’)

24. Calcula el perímetro de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 30cm de diámetro. (Sol.: 88,15 cm)

25. Si las puntas de un compás distan 8 cm y cada rama mide15cm, ¿qué ángulo forman éstas? (Sol.: 30º 55’ 55’’)

26. Por un plano inclinado se desliza sin rozamiento un cuerpo de masa 30 g con una aceleración de 3 cm/s^2. Calcula el ángulo que forma el plano con la horizontal, teniendo en cuenta que la fuerza de “empuja” al cuerpo es la componente del vector peso en la dirección del plano F, tal como se indica en la figura. (Dato: $g = 9{,}8 m/s^2$).



27. Una escalera de 35 m está apoyada sobre una pared formando con la horizontal un ángulo de 50º. ¿A qué distancia de la pared está colocada la escalera? ¿A qué altura del suelo se encuentra el extremo superior de la escalera?